[VII] मापनी
(Scale)

प्रत्येक मानचित्र-प्रक्षेप की रचना किसी दी हुई मापनी के अनुसार की जाती है। चित्र 8.1 से स्पष्ट है कि पृथ्वी का औसत अर्द्धव्यास 6367.75 किमी (अर्थात् 636,775,000 सेमी) अथवा 3956.75 मील (अर्थात् 250,699,680 इन्च) है, परन्तु गणना कार्य की सरलता के विचार से पृथ्वी के अर्द्धव्यास की लम्बाई को 635,000,000 सेमी अथवा 250,000,000 इन्च मानते हुए मानचित्र-प्रक्षेप के लिये लघुकृत पृथ्वी (reduced earth) के

प्रक्षेप खींचने की गणितीय विधि
(Mathematical Method of Drawing a Projection)

जैसा कि हम अगले अध्याय में पढ़ेंगे, मानचित्र-प्रक्षेपों के रेखाजाल (graticule) बनाने की दो विधियाँ होती हैं—(i) **आलेखी विधि** तथा (ii) **गणितीय विधि**। आलेखी विधि में ज्यामिति (geometry) के नियमानुसार रचना करके प्रक्षेप के लिये आवश्यक मापें, जैसे अक्षांश-देशान्तर की लम्बाई एवं उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु आदि, प्राप्त की जाती हैं। इसके विपरीत गणितीय विधि में उपरोक्त मापों को ज्ञात करने के लिये त्रिकोणमिति (trigonometry) के सूत्रों का प्रयोग किया जाता है। यद्यपि आलेखी विधि कुछ सरल अवश्य होती है परन्तु इसकी तुलना में त्रिकोणमितीय सूत्रों द्वारा गणना करके बनाये गये प्रक्षेप अधिक शुद्ध होते हैं। इन सूत्रों को समझने के लिये प्राथमिक त्रिकोणमिति एवं त्रिकोणमितीय अनुपातों का ज्ञान होना आवश्यक है।

(1) त्रिकोणमितीय अनुपात
(Trigonometrical ratio)

त्रिकोणमिति शब्द 'त्रिकोण' एवं 'मिति' शब्दों से मिलकर बना है। त्रिकोण का तात्पर्य तीन कोणों वाली आकृति अर्थात् त्रिभुज एवं मिति का अर्थ माप होता है। अतः त्रिकोणमिति का शाब्दिक अर्थ त्रिकोण-मापन या त्रिभुज की माप हुआ। दूसरे शब्दों में, त्रिकोणमिति गणित की वह शाखा है जिसका विषय त्रिभुज की भुजाओं एवं कोणों की माप से सम्बन्धित है।

किसी समकोण त्रिभुज की भुजाओं एवं कोणों में पारस्परिक सम्बन्ध होता है। उदाहरणार्थ, 30° के आधार कोण वाले त्रिभुज में कर्ण, आधार व लम्ब का अनुपात 1, $\sqrt{3}/2$ व $1/2$ होता है। इसी प्रकार यदि आधार कोण का मान 45° है तो कर्ण : आधार : लम्ब $= 1 : 1/\sqrt{2} : 1/\sqrt{2}$ होगा तथा 60° के आधार कोण वाले समकोण त्रिभुज में कर्ण : आधार : लम्ब $= 1 : 1/2 : \sqrt{3}/2$ होता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि समकोण त्रिभुज की भुजाओं में एक अनुपात होता है जो आधार कोण के मान के अनुसार घटता-बढ़ता है। समकोण त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के इस अनुपात को **त्रिकोणमितीय अनुपात** कहते हैं। इन त्रिकोणमितीय अनुपातों को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है:

मान लीजिये ABC कोई समकोण त्रिभुज है जिसमें ABC समकोण है तथा आधार कोण ACB$=\theta$ है (चित्र 8.6), तो

(1) $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \text{sine}\,\theta$ या साईन θ या ज्या θ।

sine θ को संक्षेप में sin θ या साईन θ या ज्या θ लिखते हैं।

(2) $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \text{cosine}\,\theta$ या कोटिज्या θ।

cosine θ को संक्षेप में cos θ या कॉस θ या कोज्या θ लिखते हैं।

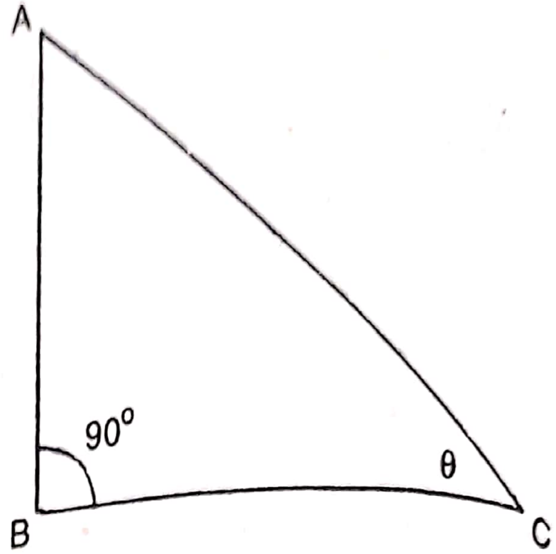
(3) $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \text{tangent}\,\theta$ या स्पर्शज्या θ।

tangent θ को संक्षेप में tan θ या टेन θ या स्प θ लिखते हैं।

(4) $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \text{cosecant}\,\theta$ या व्युत्क्रमज्या θ।

cosecant θ को संक्षेप में cosec θ या कोसेक θ या व्युज्या θ लिखते हैं।

(5) $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \text{secant}\,\theta$ या व्युत्क्रमकोटिज्या θ।



चित्र 8.6

secant θ को संक्षेप में sec θ या सेक θ या व्युत्को
θ लिखते हैं।

(6) $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$ = cotangent θ या कोटिस्पर्शज्या θ ।

cotangent θ को संक्षेप में cot θ या कॉट θ या कोट
θ लिखते हैं।

इस प्रकार त्रिकोणमिति में उपरोक्त कुल 6 त्रिकोणमितीय अनुपात होते हैं। जैसा कि नीचे स्पष्ट किया गया है इन त्रिकोणमितीय अनुपातों में उल्टा या व्युत्क्रम सम्बन्ध होता है, अर्थात्

(1) साईन θ = 1/कोसेक θ तथा कोसेक θ = 1/साईन θ
(2) कॉस θ = 1/सेक θ तथा सेक θ = 1/कॉस θ
(3) टेन θ = 1/कॉट θ तथा कॉट θ = 1/टेन θ

यहाँ यह उल्लेखनीय है कि जिस प्रकार कोणों की मापों को अंग्रेज़ी वर्णमाला के बड़े अक्षरों जैसे A, B, C आदि से इंगित करते हैं उसी प्रकार कोणों की मापों के लिये ग्रीक वर्णमाला के α (अल्फा), β (बीटा), γ (गामा), δ (डेल्टा), θ (थीटा) व ϕ (फाई) अक्षर प्रयोग कर लेते हैं। यहाँ यह बात भी भली-भाँति समझ लेनी आवश्यक है कि यदि θ का मान (मान लीजिये 10°) ज्ञात है तो साईन 10°, कॉस 10° या टेन 10° आदि के मान सम्बन्धित लघुगणक सारणी में देखे जा सकते हैं। ये सारणियाँ पुस्तक के अन्त में दी गयी हैं।

मानचित्र-प्रक्षेपों का वर्गीकरण
(Classification of Map-Projections)

मानचित्र-प्रक्षेपों को तीन आधारों के अनुसार विभाजित किया जाता है—(i) प्रकाश के प्रयोग के अनुसार, (ii) रचना-विधि के अनुसार तथा (iii) गुण के अनुसार।

मानचित्र-प्रक्षेपों के भेद